Lycée : Habib Thamer Classe :2 ème Science	**SERIE D' EXERCICES N°(1)** **Calcul dans IR**	A.scolaire : 2008/2009

Exercice 1 :Q.C.M:

Soit x un nombre réel et soit F = (x + 1) (x + 3) – x (x + 2)

1) Développer et simplifier F.
2) On pose a = $10001\times10003 - 10^4\times10002$

Sans utiliser la calculatrice et en utilisant la question précédente donner la valeur de a.

Exercice 2 :

1) Trouver deux réels a et b tels que $\frac{a}{4}=\frac{b}{3}$ et 5a – b = 34.
2) Trouver deux réels a et b proportionnels respectivement aux nombres 3 et 5 et tels que leur produit est égal à 735.
3) Trouver trois réels x, y et z proportionnels à 2, 3 et 5 respectivement tels que 2x + y – z = 26.

Exercice 3 :

1) Développer $(a-\frac{1}{2})^2$, en déduire le signe de $a^2 - a + \frac{1}{4}$
2) Soient x et y deux réels vérifiant x + y = 1.

   a) Montrer que $xy \le \frac{1}{4}$ et que $x^2 + y^2 \ge \frac{1}{2}$

   b) Dans cette question on suppose $x \in [2, 3]$ encadrer y ; xy et montrer que $-\frac{1}{2} \le \frac{1}{x}+\frac{1}{y} \le -\frac{1}{6}$

Exercice 4 :

Soit x un réel strictement positif

1) a) Comparer $(1 + x)^2$ et 1 + 2x

   b) lequel est plus grand $(1,00000000000003)^2$ ou 1,00000000000006
2) a) Comparer $\frac{1}{1+x}$ et 1 – x.

   b) Comparer $\frac{1}{1,000000001}$ et 0,999999999
3) Soit 0 < x < 1 et soient $a=\frac{1+x}{1-x}$ et b = 1 + 2 x

   a) Calculer a – b et comparer a et b.

   b) Comparer $\frac{1,000000001}{0,999999999}$ et 1,000000002

Exercice 5 :

Factoriser puis simplifier :

$A=\frac{3ab-b}{ab}$; $B=\frac{3ab-b+6a-2}{3a-1}$; $C=\frac{ab-2b+(a-2)(b-3)}{3a-6}$; $D=\frac{(x+1)^4-(x-1)^4}{8x^5+16x^3+8x}$; $E=\frac{\frac{x^2}{4}+xy+y^2}{\frac{x^3}{8}+y^3}$ et $F=\frac{\frac{a^2+ab+b^2}{a^3+b^3}}{\frac{a^3-b^3}{a^2-ab+b^2}}$

Exercice 6 :

On pose pour tout $x \in IR \setminus \{-1\}$; $A(x) = \frac{3x-1}{x+1}$.

1) a) Vérifier que pour tout $x \in IR \setminus \{-1\}$; $A(x) = 3 - \frac{4}{x+1}$.

   b) Donner un encadrement de A (x) sachant que $x \in \left]\frac{1}{4},1\right[$.
2) a) Résoudre dans IR les équations suivantes : A (x) + 2 = 0 et $\frac{|3x-1|}{x+1}=4$

   b) Résoudre dans IR l'inéquation : $A(x) \le -1$.

Exercice 7 :

1) a)Vérifier que $\forall k \in IN^*$ on a : $\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}=\frac{1}{k(k+1)}$

   b) Calculer la somme $S=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+.........+\frac{1}{2005\times2006}$
2) Montrer que : $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)........\left(1-\frac{1}{999^2}\right)\left(1-\frac{1}{1000^2}\right)=0,5005$
3) Comparer les réels x et y avec $x=\frac{1}{0,99999997}$ et y = 1,00000003

Exercice 8:

1) On pose x = $\dfrac{\sqrt{2}-3}{1+\sqrt{2}}$

   a) Démontrer que x= $5-4\sqrt{2}$

   b) Sachant que $1{,}41 \le \sqrt{2} \le 1{,}42$ donner sans calculatrice un encadrement de x.

2) On donne A = $\dfrac{a^2-1}{1+a^2}$ et B = $\dfrac{2a}{1+a^2}$, avec a réel quelconque. Montrer que les nombres A; B et $A^2 - B^2$ appartiennent à l'intervalle [-1, 1].

Exercice 9 :

1) a) Développer $(x+1)^3$
   b) En déduire une façon rapide de calculer 101^3
2) a) Développer $(a-b)^3$
   b) En déduire une façon rapide de calculer 999^3
3) a) Développer A = $(a + 1)(a - 1) - a^2$
   b) En déduire la valeur de $10001\times 9999-10^8$

Exercice 10:

1) Soit la somme S = $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10}$. Calculer x.S puis (1 – x).S
2) On suppose que x est différent de 1 ; montrer que S = $\dfrac{x^{11}-1}{x-1}$
3) En déduire les valeurs des sommes suivantes : $S_1 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1024$
   et $S_2 = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 3^{10}$

Exercice 11 :

x ; y étant deux réels de l'intervalle I =]-1, 1[

1) Donner un encadrement du réel $\dfrac{x+4}{x+3}$
2) Montrer que $\dfrac{x.y}{1+xy} \in I$
3) Lorsqu'on augmente le numérateur et le dénominateur de la fraction $\dfrac{3}{4}$ d'un réel x on obtient $\dfrac{7}{9}$. Déterminer x.

Exercice 12 :

1) soit x = $\sqrt{5\sqrt{2}+\sqrt{14}}$ et y = $\sqrt{5\sqrt{2}-\sqrt{14}}$
   a)Calculer x.y et $(x + y)^2$.
   b) Ecrire plus simplement $\dfrac{x+y}{x-y}$
2) a et b deux réels tels que $1\le a \le 2$ et $4 \le b \le 5$ encadrer 2a – 3b, a.b et $\dfrac{a}{b}$

Exercice 13 :

Soient a et b deux réels vérifiant $|a| \le 1$ et $|b| \le 1$

1) Donner un encadrement de (a + b) ; a^2 et $a^2 b$
2) Comparer $a^2 b$ et | a |
3) a) Développer (a-1) (1-b)
   b) En déduire le signe de l'expression S= (a+b)-ab-1

Exercice 14 :

1) Soient a et b deux réels strictement positifs, montrer que :
   a) $\dfrac{3a-b}{a} \le \dfrac{4a}{a+b}$ b) $\dfrac{2a}{a+1} \le \sqrt{a} \le \dfrac{a+1}{2}$ c) $(1 + a)(1 + b) \ge 4\sqrt{ab}$
2) Soient a ; b et c trois réels strictement positifs.
   a) Montrer que $\dfrac{2ab}{a^2+b^2} \le 1$
   b) Montrer que $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b} \ge \dfrac{2(a+b)}{a^2+b^2}$
   c) En déduire que $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} \ge \dfrac{a+b}{a^2+b^2}+\dfrac{a+c}{a^2+c^2}+\dfrac{b+c}{b^2+c^2}$